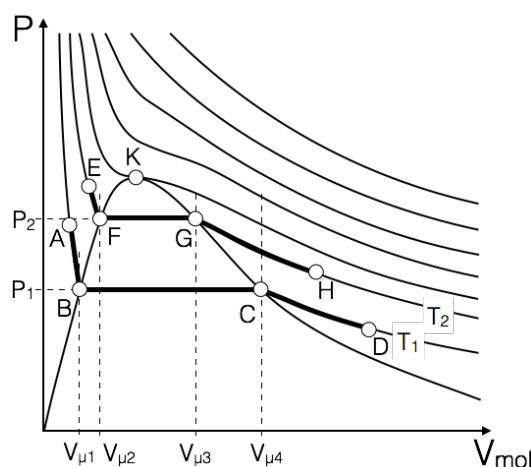


Série d'exercices n°3

⚙️* Exercice 1 *Diagramme de Clapeyron (Exercice de l'examen SIE 2014)*

Un exercice d'examen qui porte essentiellement sur des questions de cours et des questions conceptuelles. Réponse à la question clickers 9 du cours 2.

On se référera au diagramme de Clapeyron pour un gaz de van der Waals présenté sur la figure ci-dessous.



1. Comment le point K se nomme-t-il ?
2. Laquelle des températures T_1 et T_2 est-elle la plus grande ?
3. Le long de l'isotherme T_1 , indiquez à quels segments AB, BC et CD correspondent les phases liquide, gazeuse et le palier de liquéfaction.
4. Quelle est la pression de vapeur saturante lorsque la température vaut T_2 ?
5. À la température T_1 , quel est le volume molaire de la phase liquide lors du palier de liquéfaction ? Est-il constant le long du palier ?
6. À la température T_1 , quel est le volume molaire de la phase gazeuse lors du palier de liquéfaction ? Est-il constant le long du palier ?
7. Un récipient de volume variable V contient n moles de fluide à la température T_1 et initialement à l'état liquide. On augmente le volume V de manière à évaporer complètement le fluide. Montrer que la fraction molaire x en phase liquide varie linéairement avec V le long du palier de liquéfaction.
8. Calculer la fraction volumique η en phase liquide en fonction de x le long du palier de liquéfaction pour le même cas de figure qu'à la question précédente.

⚙️** Exercice 2 *Temperature critique et spinodale*

Exercice sur l'équation d'état du fluide de Van der Waals.

On considère l'équation d'état de van der Waals pour une mole de gaz ($n = 1$) :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT.$$



Le gaz est mécaniquement stable tant que $\partial p / \partial V < 0$. On appelle *spinodale* le lieu de points dans le diagramme (p, V) pour lesquels $\partial p / \partial V = 0$.

1. Montrer que l'équation de la spinodale est donnée par

$$\frac{(V - b)^2}{V^3} = \frac{RT}{2a},$$

et en déduire l'équation de la spinodale $p = f(V)$.

2. Calculer les coordonnées (p_c, V_c) du sommet de la spinodale, ainsi que la température T_c correspondante.
3. Montrer que pour un fluide de van der Waals, le rapport $P_c V_c / T_c$ est universel (i.e. indépendant de a et b).

** Exercice 3 Gaz de van der Waals à dilution infinie

Pratique de développement limité et d'étude de comportement asymptotique appliquées à l'équation d'état du fluide de Van der Waals.

On considère l'équation d'état d'un gaz de van der Waals, exprimée en fonction de p :

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - a \frac{n^2}{V^2}.$$

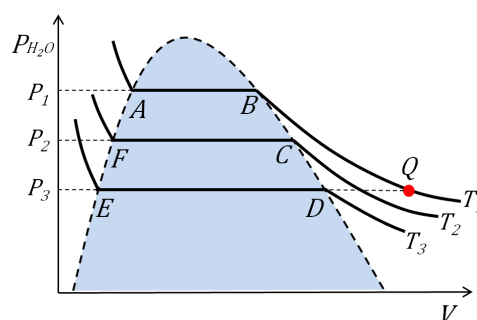
1. Étudier le comportement asymptotique d'un gaz de van der Waals pour une dilution infinie ($V \rightarrow +\infty$ ou $n \rightarrow 0$).
2. Qu'est-ce qui se passe si l'on augmente la température ($T \rightarrow +\infty$) ?

** Exercice 4 Point de rosée et humidité relative

Définition des différentes manières de quantifier le niveau d'humidité dans un gaz. Sera utile dans la suite du cours.

L'air contient généralement une certaine quantité de vapeur d'eau. Cette dernière est donnée par la pression partielle de l'eau, mais les manières usuelles de la mesurer sont l'humidité relative et le point de rosée.

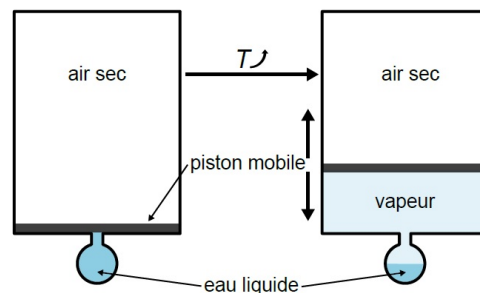
L'humidité relative de l'air est définie comme le rapport entre la pression de vapeur d'eau contenue dans le gaz $p_{\text{vap}}(T)$ et la pression de vapeur saturante $p_{\text{sat}}(T)$ à la même température. Le point de rosée de l'air, quant à lui, est la température la plus basse à laquelle une masse d'air peut être soumise, à pression constante, sans qu'il ne se produise de formation d'eau à l'état liquide par condensation. Le diagramme ci-contre montre trois courbes isothermes de la pression partielle de la vapeur d'eau.



1. Rappeler la définition et la signification physique d'une pression partielle d'un gaz dans un mélange gazeux.
2. Identifier la température correspondant au point de rosée sur le diagramme ci-dessus pour de l'air à la température T_1 et ayant une pression partielle d'eau p_3 (point Q sur le diagramme).
3. Déterminer l'humidité relative de l'air pour le point Q.

⚙️** Exercice 5 *Piston Étanche*

Exercice plutôt conceptuel sur la notion de palier d'évaporation.



On considère le dispositif suivant : Un cylindre est séparé en deux parties par un piston étanche, de masse négligeable, coulissant sans frottements. La partie supérieure contient une mole d'air sec à pression atmosphérique, la partie inférieure est reliée à un petit réservoir (de volume négligeable) et contient une mole d'eau. Initialement, l'ensemble est à la température de 100°C , toute l'eau est liquide, le piston est en bas du cylindre, le système est à l'équilibre.

1. Tracer schématiquement le diagramme de phase de l'eau en coordonnées (p, T) en notant les points importants.
2. Placer sur le diagramme le point correspondant à l'état initial de l'eau.
3. On suppose que la pression de vapeur saturante suit la formule de Duperry $p_{sat} = \left(\frac{t}{100}\right)^4$ avec p_{sat} donnée en atmosphère et t la température donnée en $^\circ\text{C}$, valide pour t entre 90°C et 300°C . On chauffe progressivement le cylindre.
 - (a) Quelle serait à 200°C la pression dans la partie qui contient l'air si le piston ne bouge pas (donner une valeur très approximative) ?
 - (b) Que vaut p_{sat} à 200°C ?
 - (c) Décrire qualitativement le comportement du piston quand on chauffe de 100°C à 200°C , ainsi que l'évolution de p et T .
 - (d) Tracer l'évolution de p et T schématiquement sur le diagramme, en marquant les étapes importantes.